

MODELADO, SIMULACIÓN, CONTROL E IMPLEMENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES TIPO VELOCISTAS

Docente:

MSc. Ing. Jeison Tacué González



Universidad
del Cauca

MODELADO, SIMULACIÓN, CONTROL E IMPLEMENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES TIPO VELOCISTAS

Contenido:

1. Motivación
2. Conceptos fundamentales
3. Cinemática de un robot diferencial
4. Simulación de un robot diferencial
5. Diseño electrónico
6. Modelado 3D
7. Control
8. Implementación

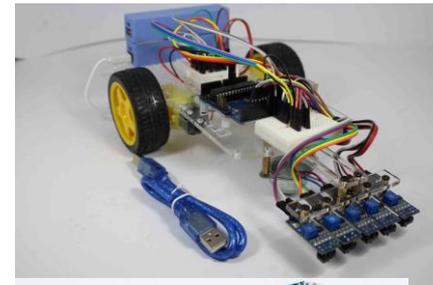
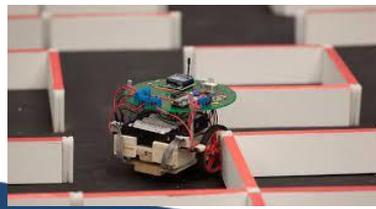
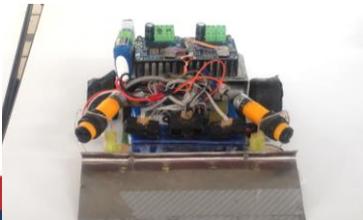


Universidad
del Cauca

MODELADO, SIMULACIÓN, CONTROL E IMPLEMENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES TIPO VELOCISTAS

Torneo de robótica

Es un evento competitivo donde equipos, clubes, semilleros se reúnen en torno a Competencias de robots, los cuales deben vencer a otros robots en sus diferentes disciplinas para convertirse en campeones. Los grupos están conformados por entusiastas apasionados por la robótica y sus ciencias relacionadas.



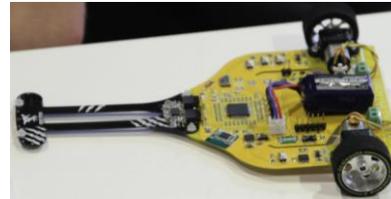
Universidad
del Cauca

MODELADO, SIMULACIÓN, CONTROL E IMPLEMENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES TIPO VELOCISTAS

Motivación

- ✓ Amistad
- ✓ Interés personal
- ✓ Trabajo en equipo
- ✓ Comunicación
- ✓ Potenciar habilidades STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas)
- ✓ Clubes, semilleros, equipos.

- ✓ Mecánica
- ✓ Electrónica
- ✓ Programación
- ✓ Robótica

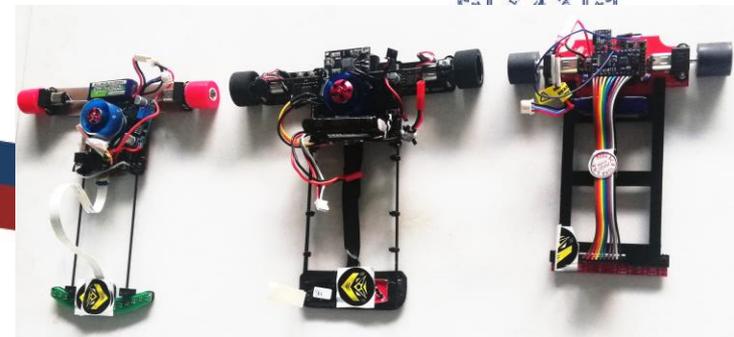


MODELADO, SIMULACIÓN, CONTROL E IMPLEMENTACIÓN DE ROBOTS MÓVILES TIPO VELOCISTAS

Motivación

- ✓ Amistad
- ✓ Interés personal
- ✓ Trabajo en equipo
- ✓ Comunicación
- ✓ Potenciar habilidades STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas)
- ✓ Clubes, semilleros, equipos.

- ✓ Mecánica
- ✓ Electrónica
- ✓ Programación
- ✓ Robótica



SISTEMA ROBÓTICOS EN INGENIERÍA

Sistema

Un sistema es un conjunto de elementos o partes funcionales que se conectan entre sí, porque han sido diseñados con un objetivo común.

Los sistemas pueden tener elementos de diferente tipo; eléctricos, electrónicos, hidráulicos, mecánicos, neumáticos.



Universidad
del Cauca

SISTEMA ROBÓTICOS EN INGENIERÍA

Modelo Matemático de un Sistema

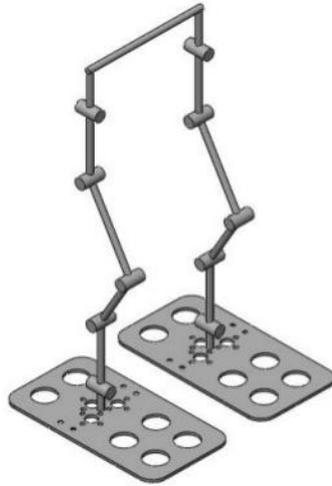
Es la expresión matemática por medio de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento dinámico de un sistema. Se usan para estudiar la relación entre los elementos del sistema. Son base para el análisis y diseño de sistemas de control automático, en todas las áreas tecnológicas que rodean al ser humano; industria, medicina, deporte, servicios, milicia..



Universidad
del Cauca

SISTEMA ROBÓTICOS EN INGENIERÍA

Sistema



$$p(t) = x(t) - \frac{Zc}{g} * \ddot{x}(t)$$

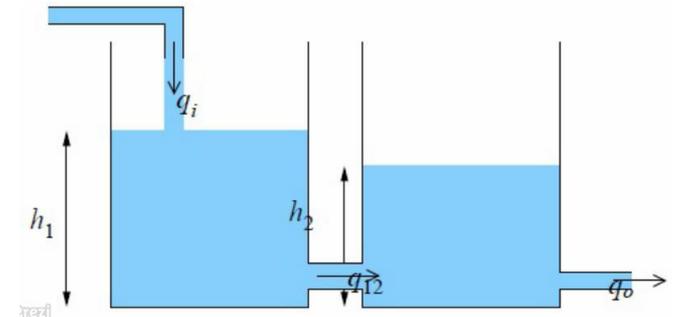


$$\frac{dh1}{dt} = \frac{1}{A} q_i - \frac{1}{A} q_{12}$$

$$\frac{dh2}{dt} = \frac{1}{A} q_{12} - \frac{1}{A} q_o$$

$$q_{12} = Kd\sqrt{(h1 - h2)}$$

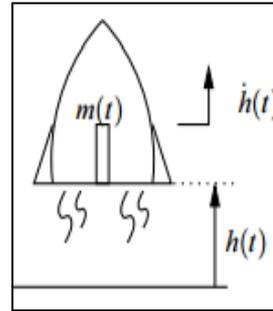
$$q_o = kd\sqrt{h2}$$



Universidad
del Cauca

SISTEMA ROBÓTICOS EN INGENIERÍA

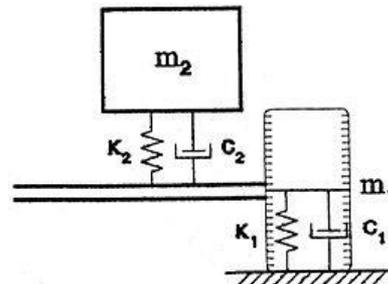
Sistema



$$Mn \frac{d^2 h}{dt} = - \frac{Mn * g}{h} + Mc * Ap - \frac{B * dh}{dt}$$

$$\frac{dMc}{dt} = Ve * \ln(Mc) - Qi$$

SISTEMA AMORTIGUADOR

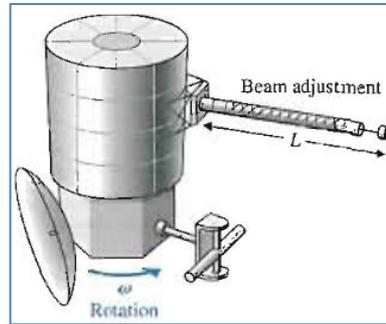


$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_2}{m} & -\frac{c_2}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b}{m} \\ k_1 - \left(\frac{b}{m}\right)^2 \end{bmatrix} u$$

Universidad
del Cauca

SISTEMA ROBÓTICOS EN INGENIERÍA

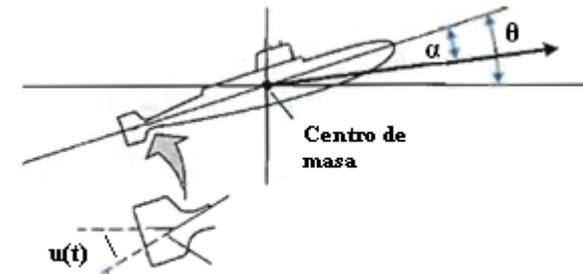
Sistema



$$\frac{w(s)}{L(s)} = \frac{2.5(s + 2)e^{-0.1s}}{s(s + 4) + 5}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.0071 & -0.111 & 0.12 \\ 0 & 0.07 & -0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.095 \\ 0.072 \end{bmatrix} u(t)$$



Universidad
del Cauca

SIMULACION DE SISTEMAS

Simulación por Computador

El objetivo consiste en dar el **soporte** necesario al ingeniero durante el proceso de **diseño, análisis y diagnóstico** de sistemas ingenieriles, dejando a la luz fallos, mejoras o buen funcionamiento. El software debe **complementar el talento** del diseñador para que éste pueda modelar y simular de forma lo mas eficientemente posible (real).

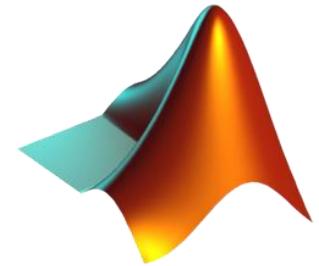
El software hace posible establecer una valoración final antes de que los sistemas sean construidos, y pueden aliviar la necesidad de **experimentos caros** y dar soporte a todas las etapas de un proyecto.



Universidad
del Cauca

SIMULACION DE SISTEMAS

MATLAB → MATriz LABoratory



Desarrollado por la compañía MathWorks Inc.

Es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac y GNU/Linux.



Universidad
del Cauca

SIMULACION DE SISTEMAS

Matlab

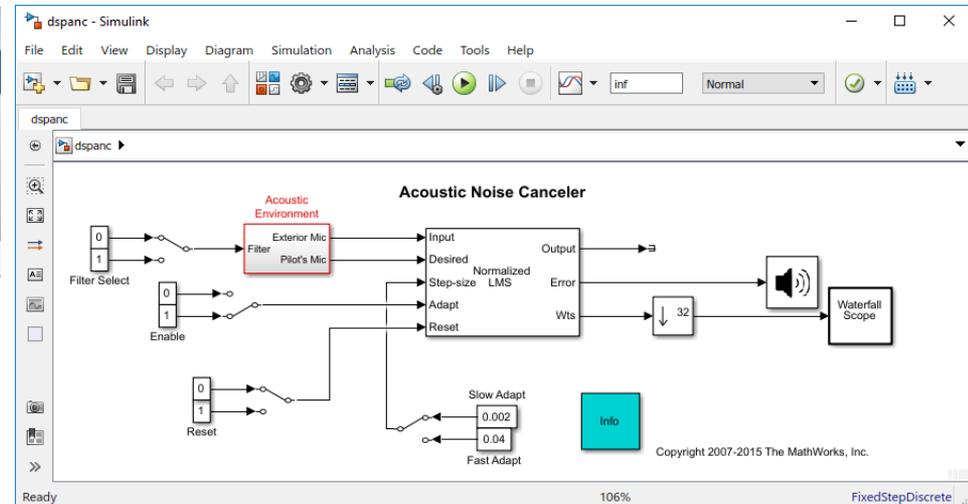
Editor.m

```

1  if abs(a) > sqrt(2)
2      and is(x, Type::Real) = TRUE then
3      error("invalid parameter a")
4      //no real solutions
5  else
6      solve(sin(x) + cos(x) = a, x, PrincipalValue)
7  end_if
8

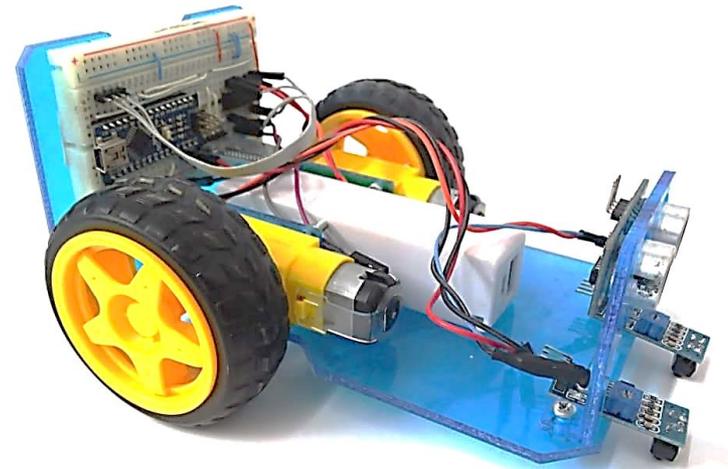
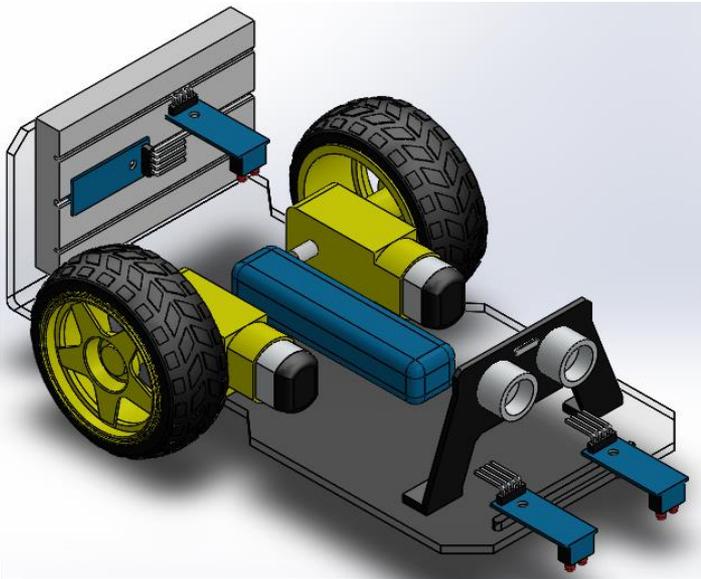
```

Simulink



Robot Móvil

Robot móvil tipo diferencial



MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Cinemática de robots

Es la técnica que estudia el movimiento de los robots, es decir, posición, desplazamiento y velocidad. La cinemática no considera las fuerzas que originan el movimiento, tampoco considera el peso, ni los coeficientes de fricción, ni la gravedad. Se limita principalmente, al estudio de la trayectoria que describe el robot en el espacio a través del tiempo. Para esto utiliza velocidades, aceleraciones y la geometría del robot.



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Tipos de cinemática de robots

Cinemática DIRECTA

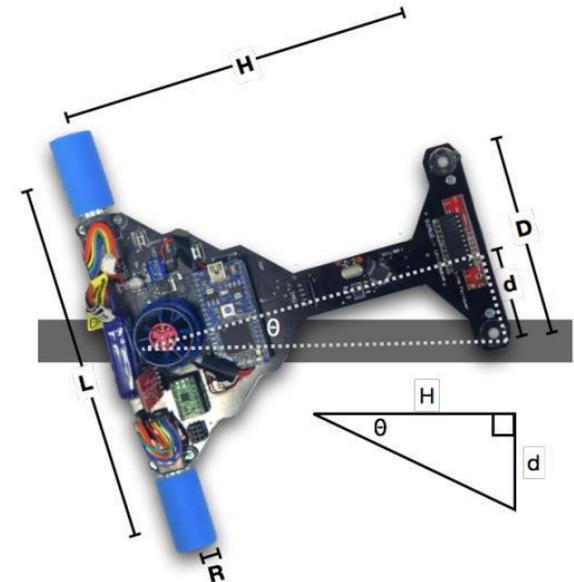
Permite obtener la posición y la orientación del robot en función de las velocidades y posiciones de las ruedas

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ \gamma \end{bmatrix} = f_D \left(\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \dots \\ \omega_N \end{bmatrix} \right)$$


Cinemática INVERSA

Permite obtener las velocidades y posiciones de las ruedas que hacen que la posición y orientación del robot sea la deseada.

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \dots \\ \omega_N \end{bmatrix} = f_I \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ \gamma \end{bmatrix} \right)$$

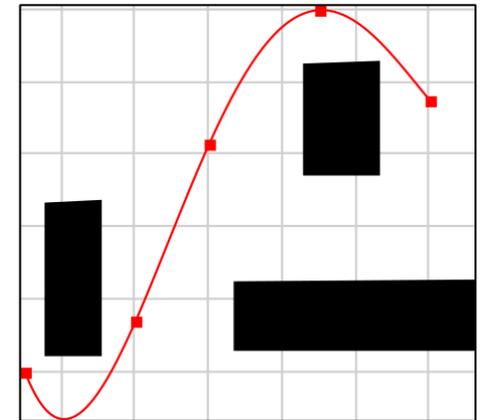


MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Tipos de cinemática de robots

La cinemática directa de un robot móvil permite estimar dónde se encontrará tras un cierto tiempo en función de las velocidades de las ruedas

La cinemática inversa de un robot permite generar velocidades en las ruedas para alcanzar una localización deseada



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Consideraciones

- El robot se mueve por una superficie plana
- Estructura rígida: No existen elementos flexibles (ni en ruedas)
- No existen fricciones
- No existen deslizamientos

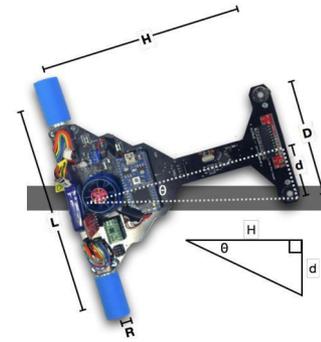
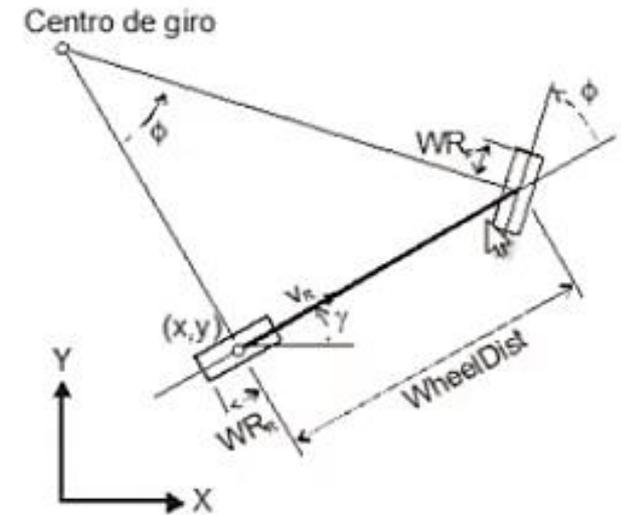


Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Tipos de configuraciones de robots

- Diferencial (2 ruedas motrices paralelas)
- Bicicleta
- Triciclo (diferentes tipos)
- Coche con geometría de Ackermann

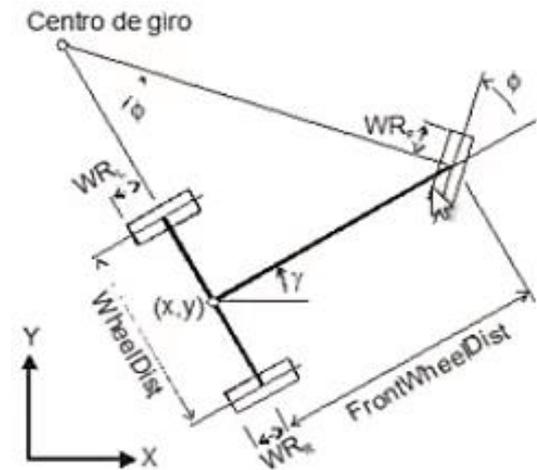


Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Tipos de configuraciones de robots

- Diferencial (2 ruedas motrices paralelas)
- Bicicleta
- Triciclo (diferentes tipos)
- Coche con geometría de Ackermann

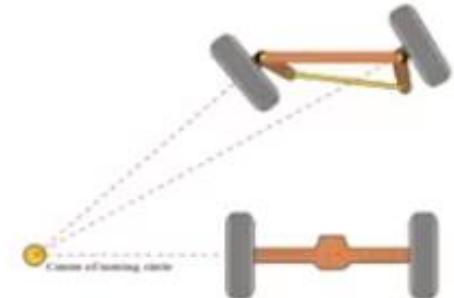
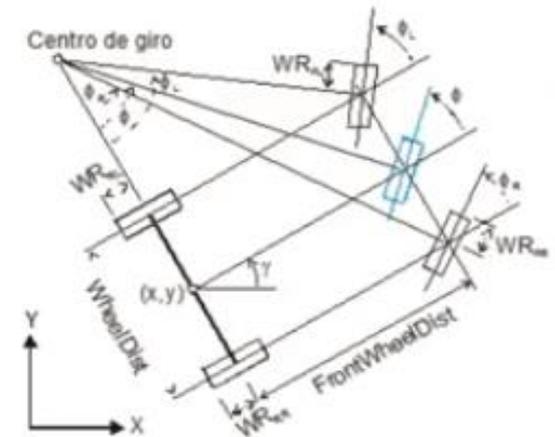


Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Tipos de configuraciones de robots

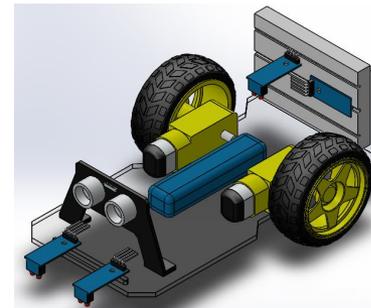
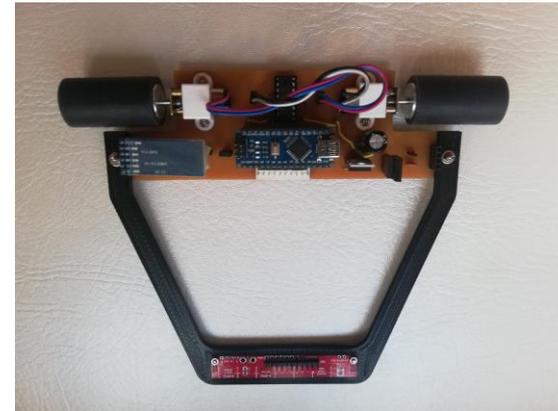
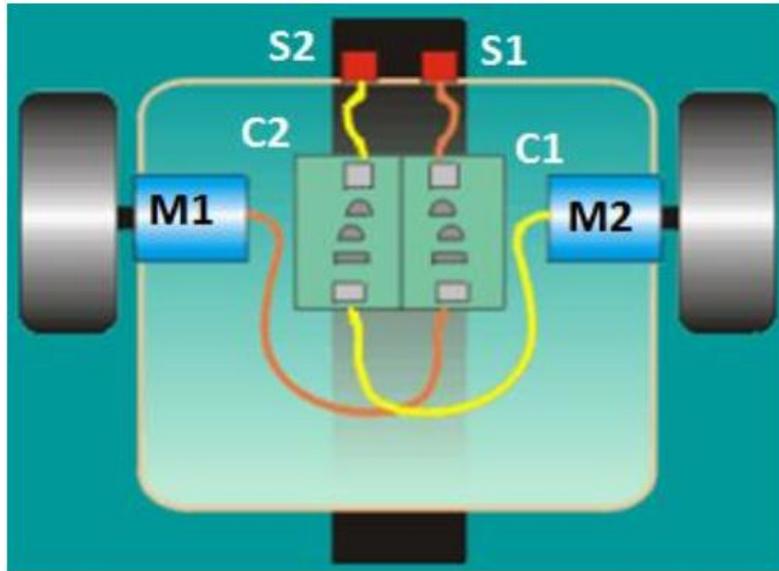
- Diferencial (2 ruedas motrices paralelas)
- Bicicleta
- Triciclo (diferentes tipos)
- Coche con geometría de Ackermann



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial

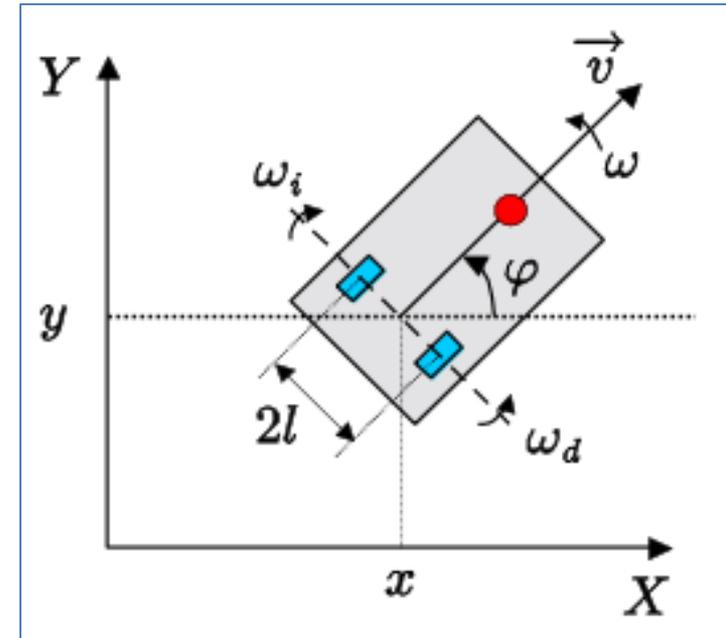


Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial

- ✓ Plano de movimiento (X,Y)
- ✓ Ubicación del eje del robot (x,y)
- ✓ Angulo de rotación sobre su propio eje ϕ
- ✓ Velocidad de rotación w
- ✓ Velocidad de giro de las llantas W_i, W_d
- ✓ Longitud entre ruedas $2L$
- ✓ Velocidad de avance del robot V



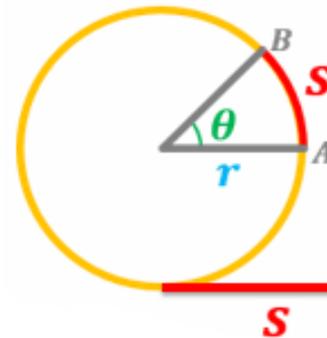
Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial

- ✓ Radio de las llantas r
- ✓ Arco o distancia recorrida por la llanta

$$S = r\theta$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial

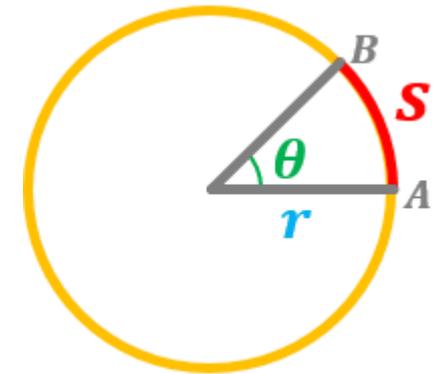
Velocidad lineal V y Velocidad angular W

Velocidad lineal de avance de la llanta derecha

$$V_d = r * W_d$$

Velocidad lineal de avance de la llanta izquierda

$$V_i = r * W_i$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial



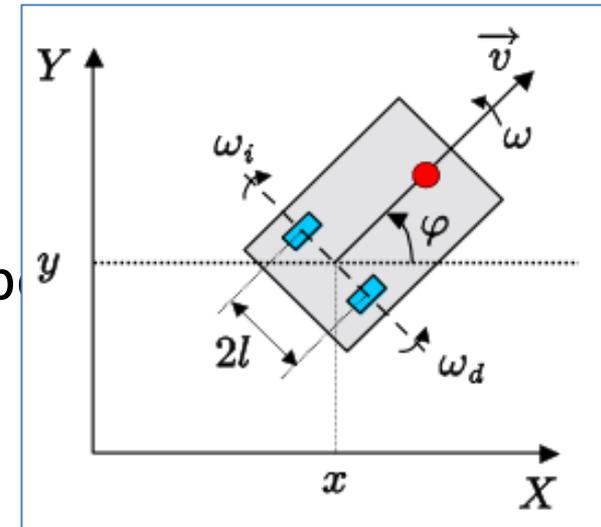
Velocidad avance llanta derecha e izquierda

$$V_d = r * \omega_d$$

$$V_i = r * \omega_i$$

Velocidad total instantánea de avance V del rob

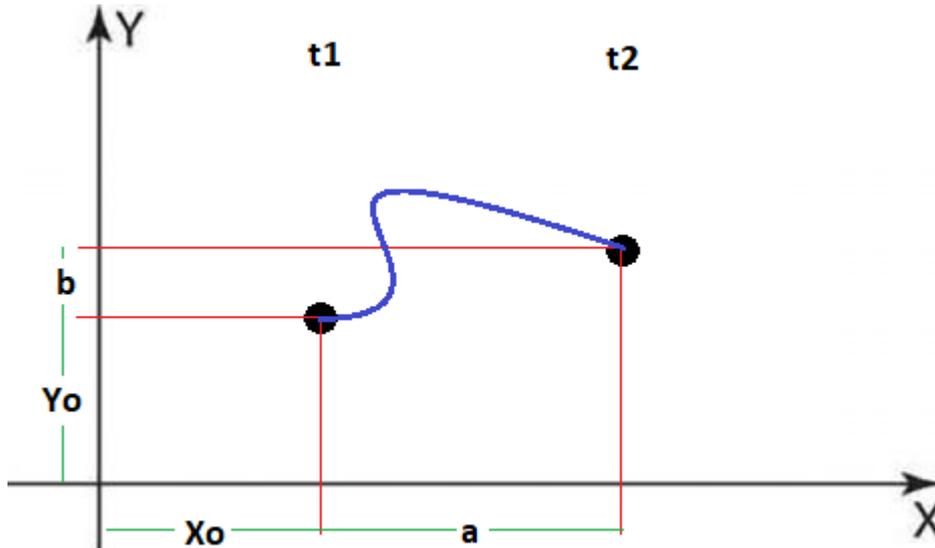
$$V = \frac{V_d + V_i}{2} = \frac{r}{2} * (\omega_d + \omega_i)$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial, posición (x,y)



$$X_{pos} = X_o + a$$

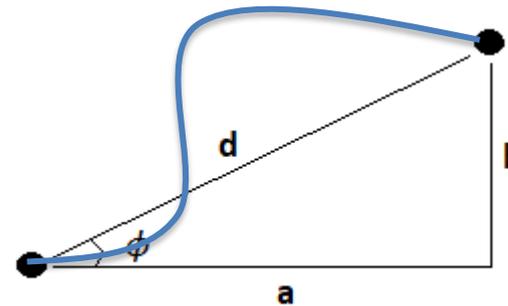
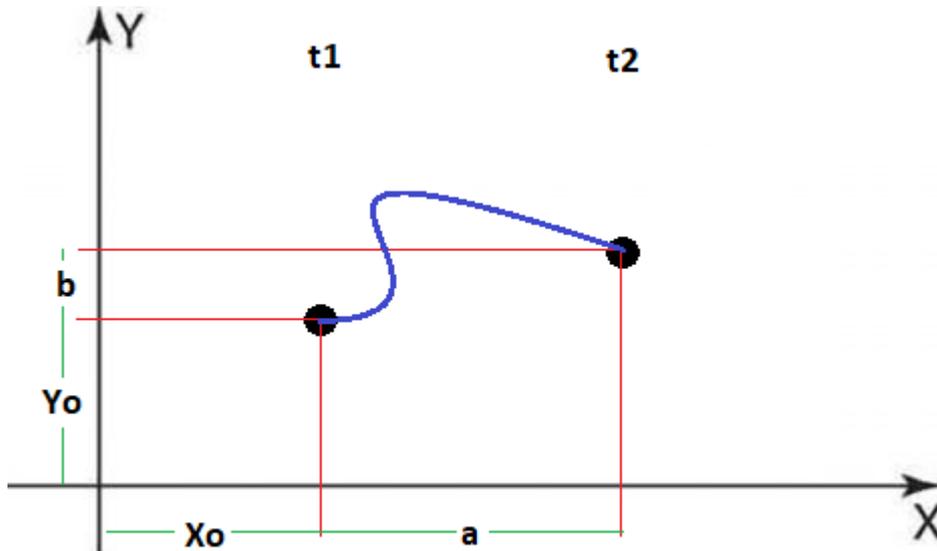
$$Y_{pos} = Y_o + b$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial



$$a = d * \cos(\phi)$$

$$b = d * \sin(\phi)$$

$$velocidad V = \frac{distancia d}{tiempo t}$$

$$distancia d = velocidad V * tiempo t$$

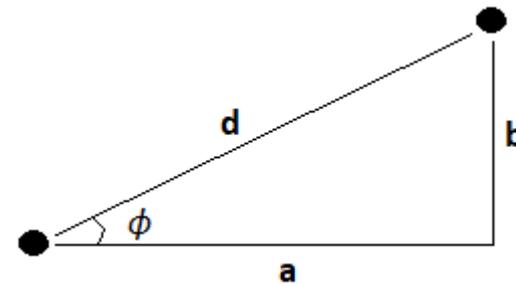
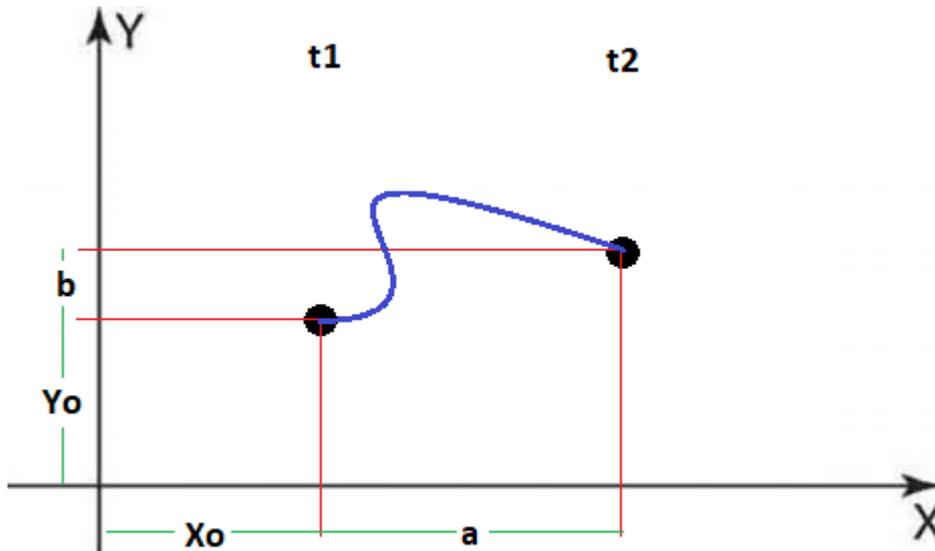
$$V = \frac{Vd + Vi}{2}$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial



$$a = d * \cos(\phi)$$

$$b = d * \sin(\phi)$$

$$d = \frac{Vd + Vi}{2} * t$$

$$a = \frac{Vd + Vi}{2} * t * \cos(\phi)$$

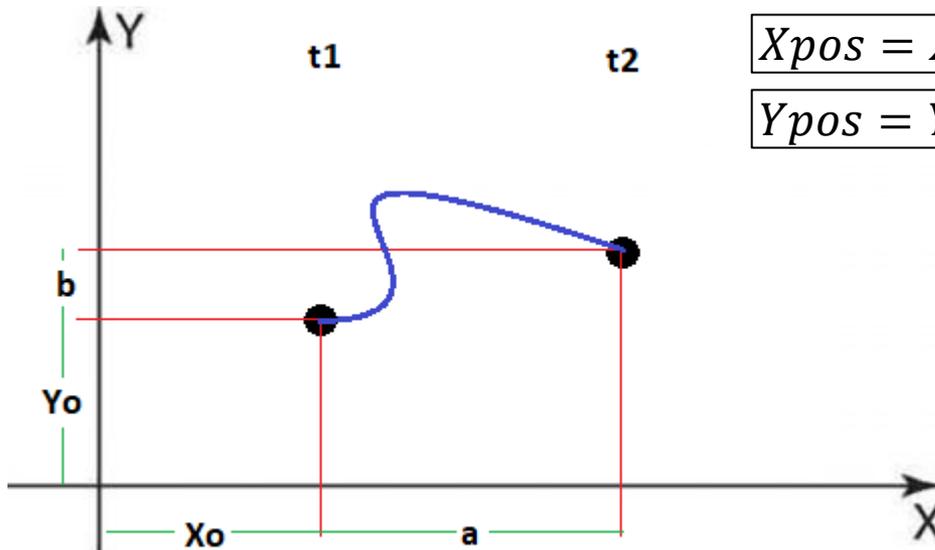
$$b = \frac{Vd + Vi}{2} * t * \sin(\phi)$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial



$$X_{pos} = X_o + a$$

$$Y_{pos} = Y_o + b$$

$$a = \frac{V_d + V_i}{2} * t * \cos(\phi)$$

$$b = \frac{V_d + V_i}{2} * t * \sin(\phi)$$

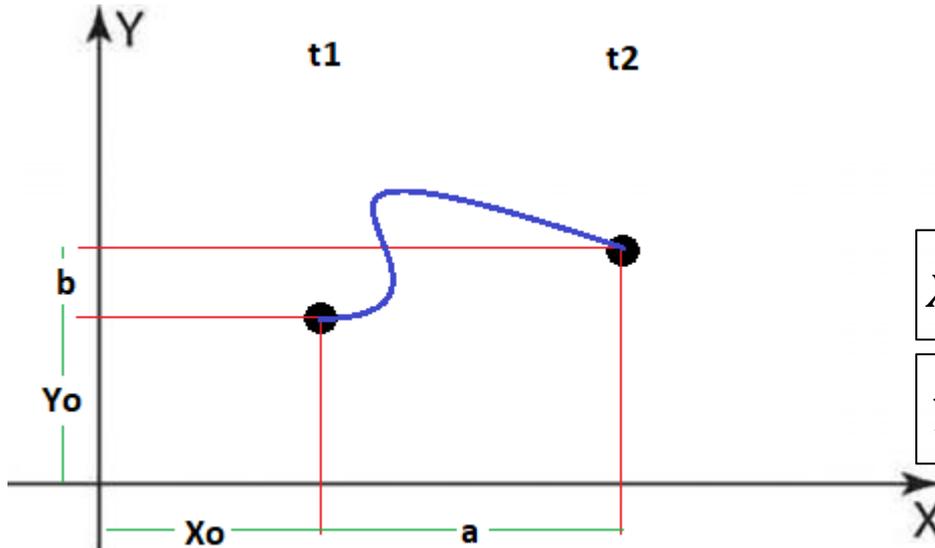
$$X_{pos} = X_o + \frac{V_d + V_i}{2} * t * \cos(\phi)$$

$$Y_{pos} = Y_o + \frac{V_d + V_i}{2} * t * \sin(\phi)$$



MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial



$$X_{pos} = X_o + \frac{V_d + V_i}{2} * t * \cos(\phi)$$

$$Y_{pos} = Y_o + \frac{V_d + V_i}{2} * t * \sin(\phi)$$

$$X_{pos} = X_o + \frac{r(W_d + W_i)}{2} * t * \cos(\phi)$$

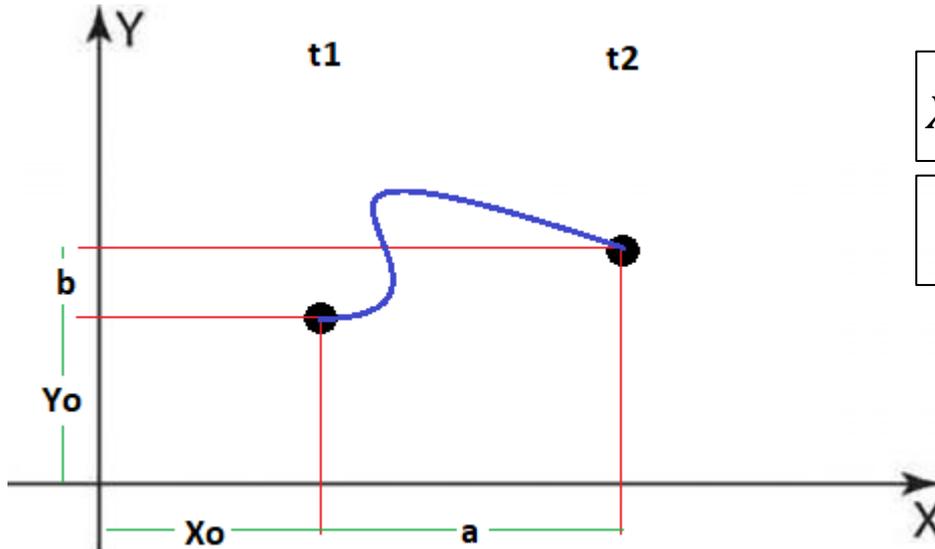
$$Y_{pos} = Y_o + \frac{r(W_d + W_i)}{2} * t * \sin(\phi)$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial, posición (x,y)



$$X = X_o + \frac{r(W_d + W_i)}{2} * t * \cos(\phi)$$

$$Y = Y_o + \frac{r(W_d + W_i)}{2} * t * \sin(\phi)$$

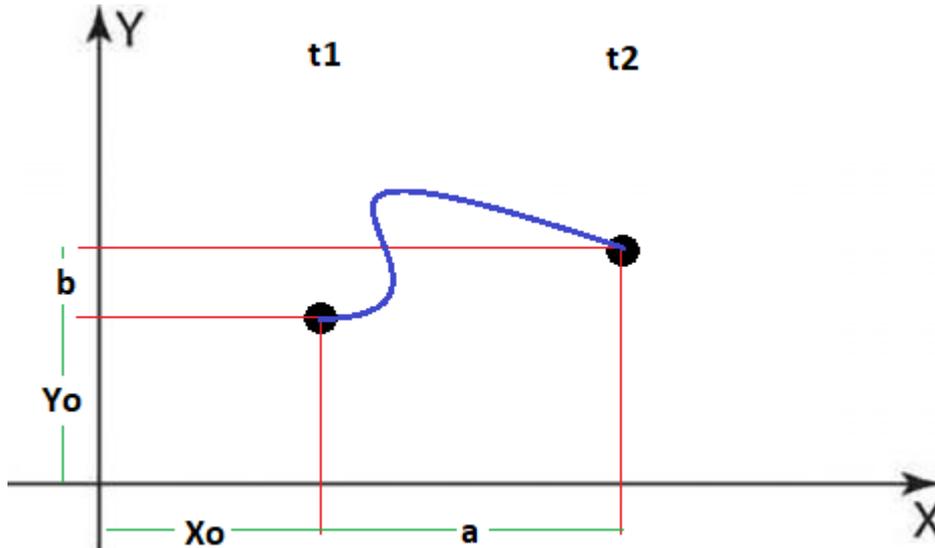
“Derivar respecto al tiempo”



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial, posición (x,y)



$$\dot{X} = \frac{r(Wd + Wi)}{2} * \cos(\phi)$$

$$\dot{Y} = \frac{r(Wd + Wi)}{2} * \sin(\phi)$$



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

Robot móvil tipo diferencial, orientación

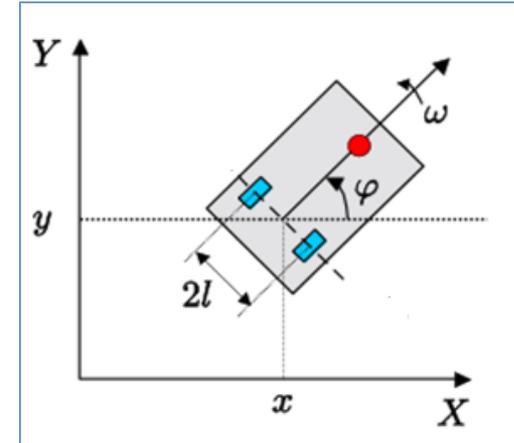
Velocidad angular del robot

$$W = \frac{Vr - Vi}{2L} = \frac{r(Wd - Wi)}{2L}$$

Posición angular del robot

$$\phi = \phi_o + W * t$$

$$\phi = \phi_o + \frac{r(Wd - Wi)}{2L} * t$$



“Derivar”



Universidad
del Cauca

MODELADO CINEMATICO DE ROBOTS MOVILES

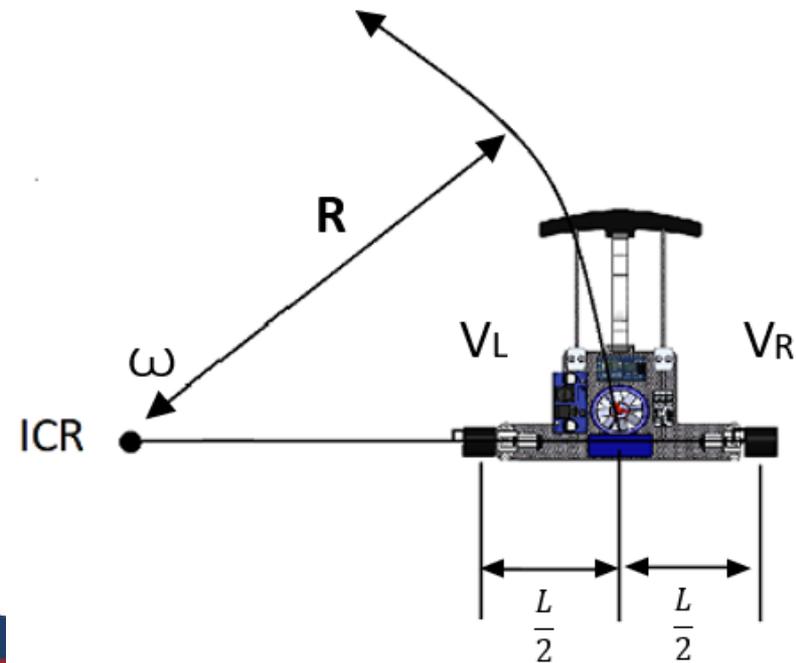
Robot móvil tipo diferencial, posición y orientación

Ecuaciones finales de cinemática directa

$$\dot{X} = \frac{r(Wd + Wi)}{2} * \cos(\phi)$$

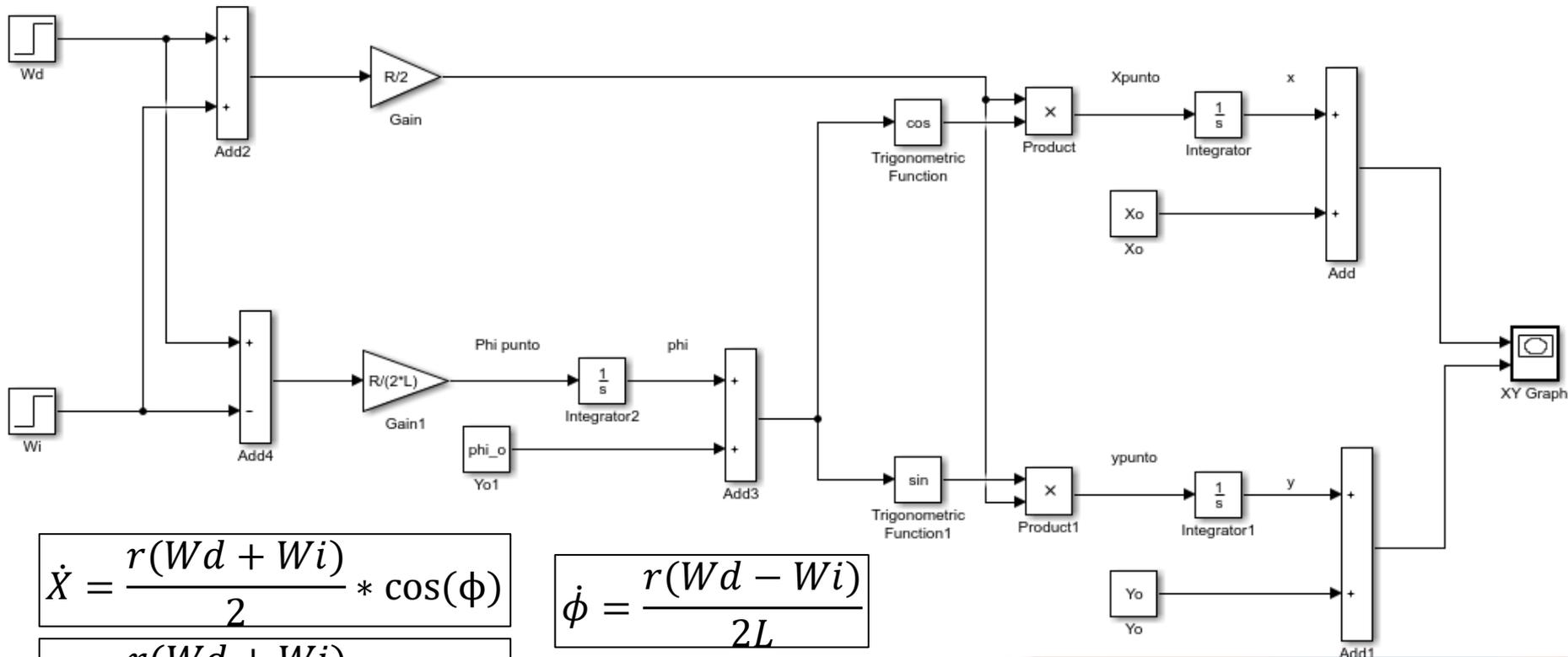
$$\dot{Y} = \frac{r(Wd + Wi)}{2} * \sin(\phi)$$

$$\dot{\phi} = \frac{r(Wd - Wi)}{2L}$$



SIMULACIÓN CINEMÁTICA EN MATLAB

Simulación de la cinemática directa del robot móvil diferencial



$$\dot{X} = \frac{r(W_d + W_i)}{2} * \cos(\phi)$$

$$\dot{\phi} = \frac{r(W_d - W_i)}{2L}$$

$$\dot{Y} = \frac{r(W_d + W_i)}{2} * \sin(\phi)$$

SIMULACION CINEMATICA EN MATLAB

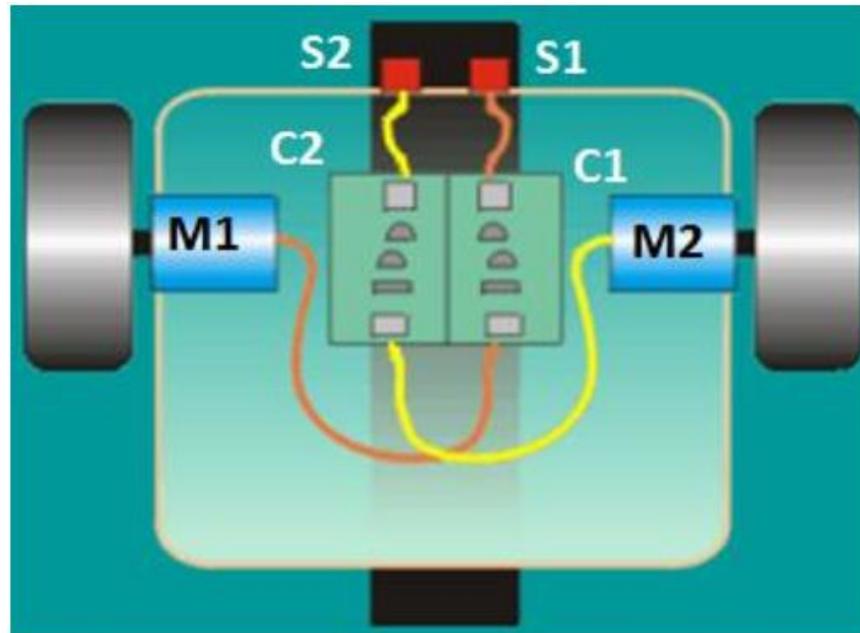
EJERCICIOS

1. LINEA RECTA: Use $\varphi_0 = 45^\circ = \pi/4$, $W_d = 1\text{rad/s}$ y $W_i = 1\text{rad/s}$
2. CIRCULO: use $W_d = 1.2\text{rad/s}$ y $W_i = 1\text{rad/s}$
3. CURVA: use $W_d = 0.08*t$ y $W_i = 1\text{ rad/s}$
4. Añada el modelo matemático de los motores.



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Funcionamiento electrónico básico

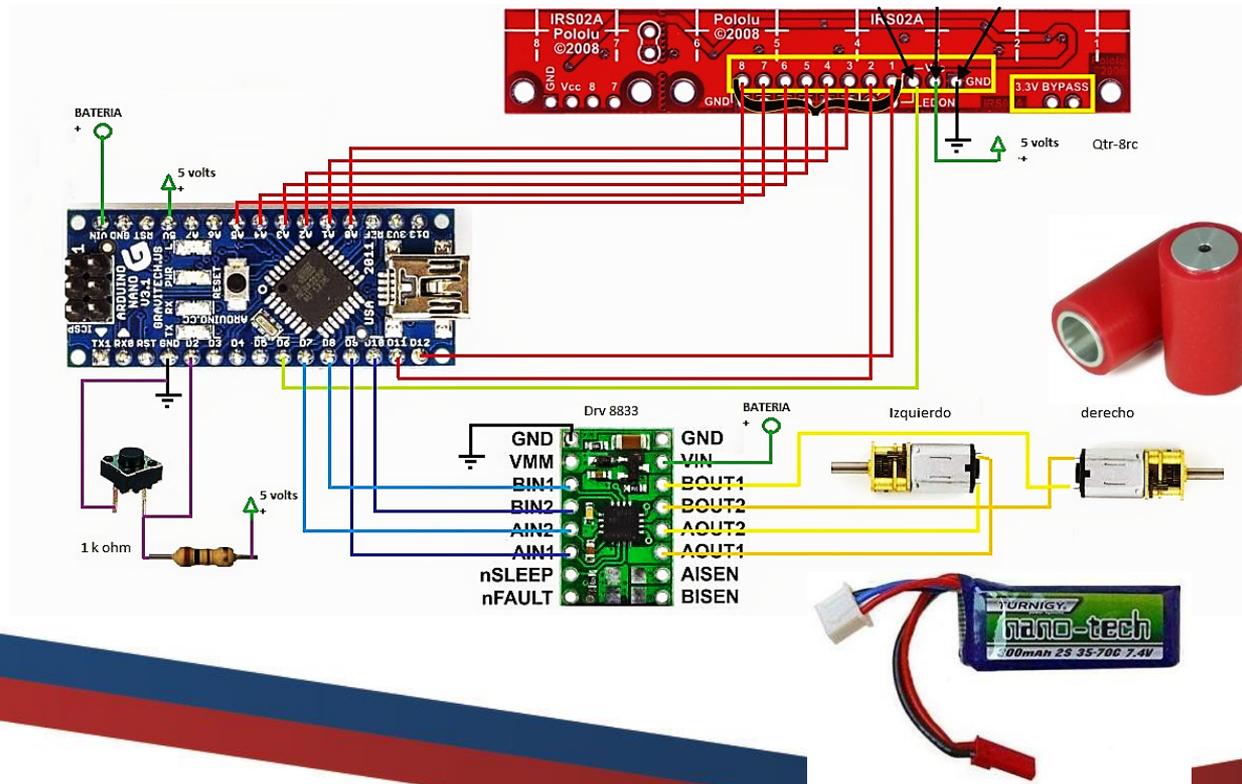


Universidad
del Cauca

DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

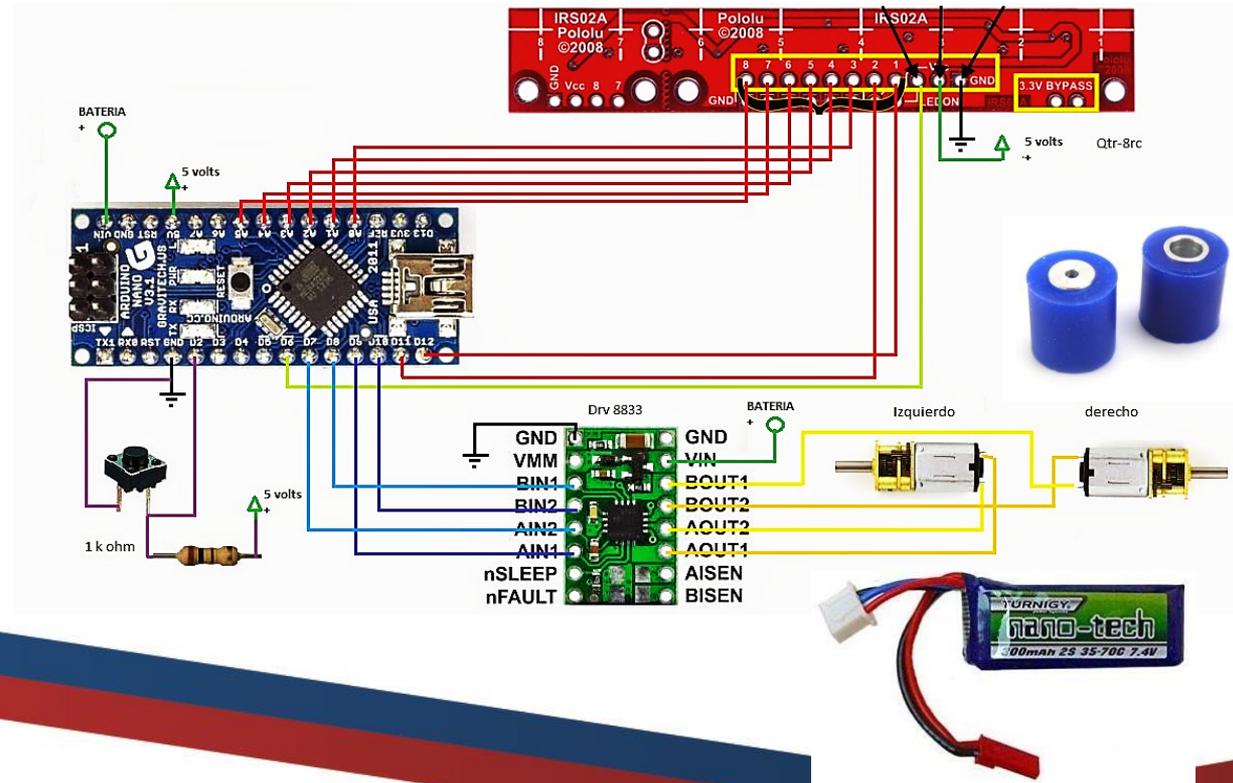
- ✓ QTR8A
- ✓ Micro procesador
- ✓ Driver motores
- ✓ Motores 10:1 6V
- ✓ Batería 3.7V 350mA
- ✓ Llantas silicona



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

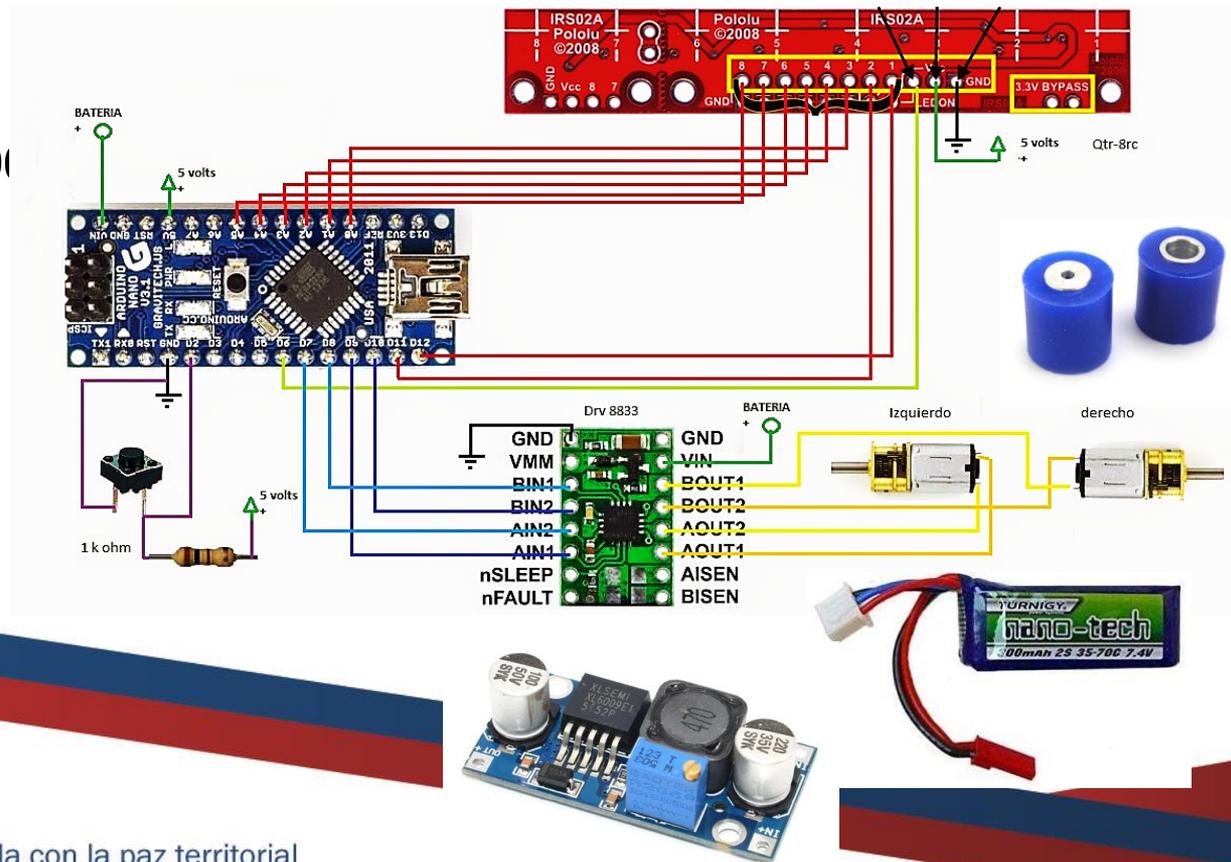
✓ Llantas cortas



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

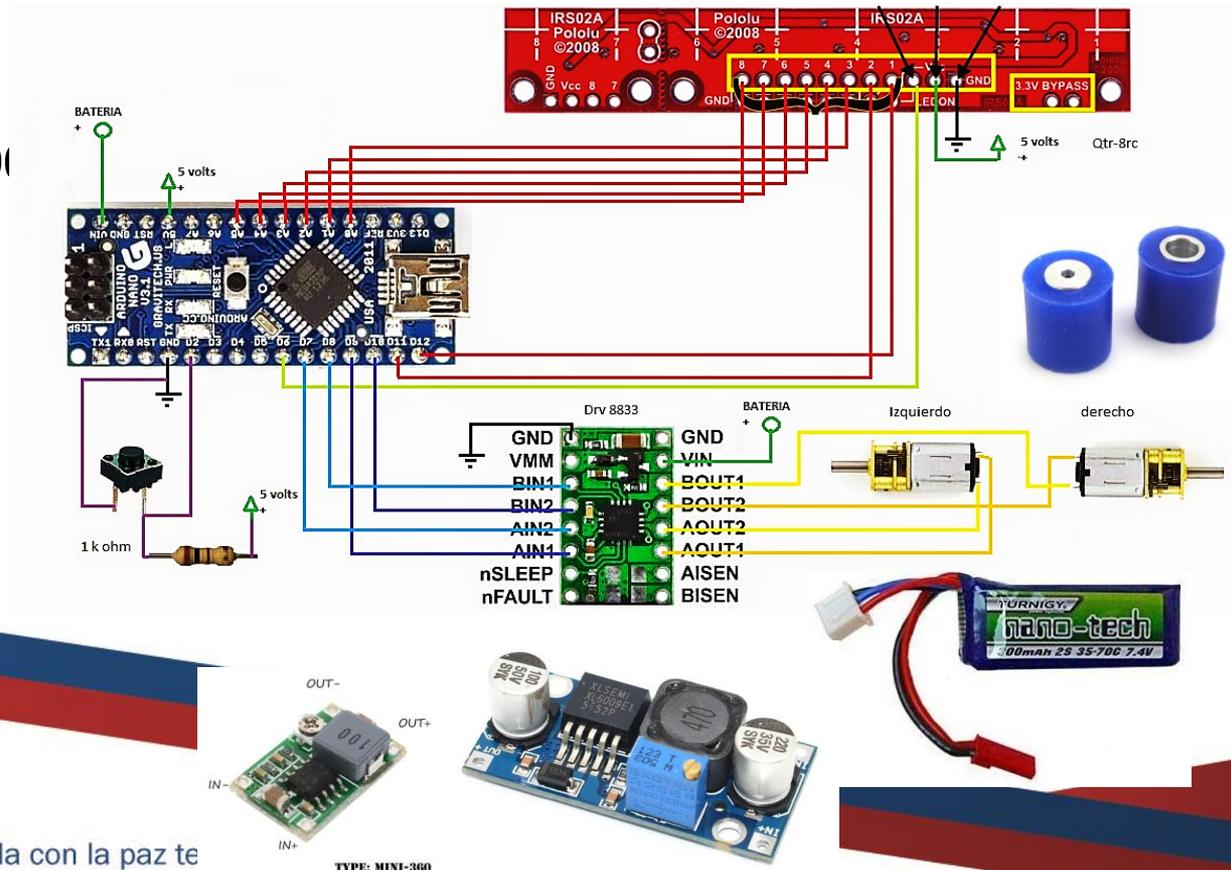
- ✓ Llantas cortas
- ✓ Elevador de voltaje XL6001



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

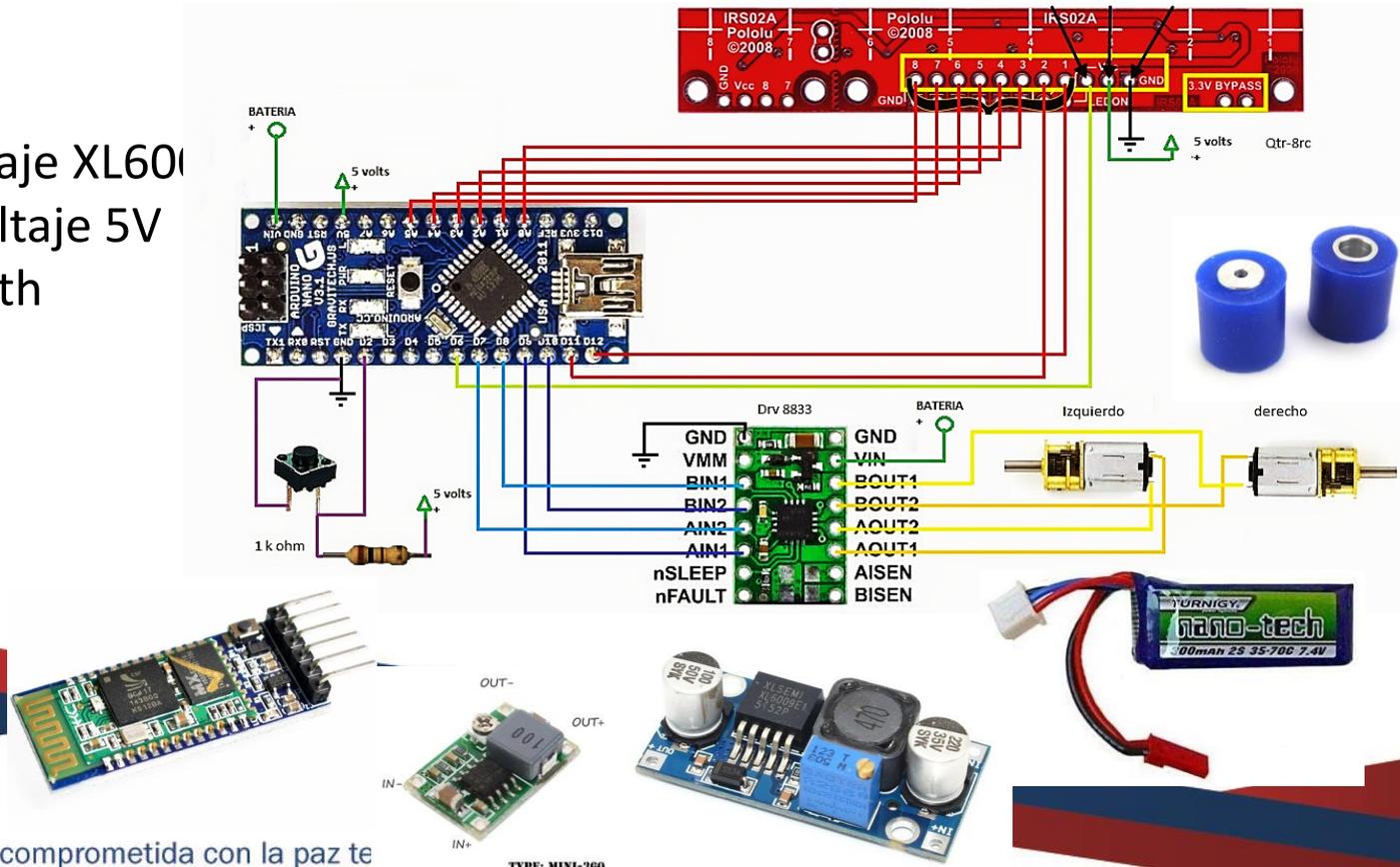
- ✓ Llantas cortas
- ✓ Elevador de voltaje XL6001
- ✓ Regulador de voltaje 5V



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

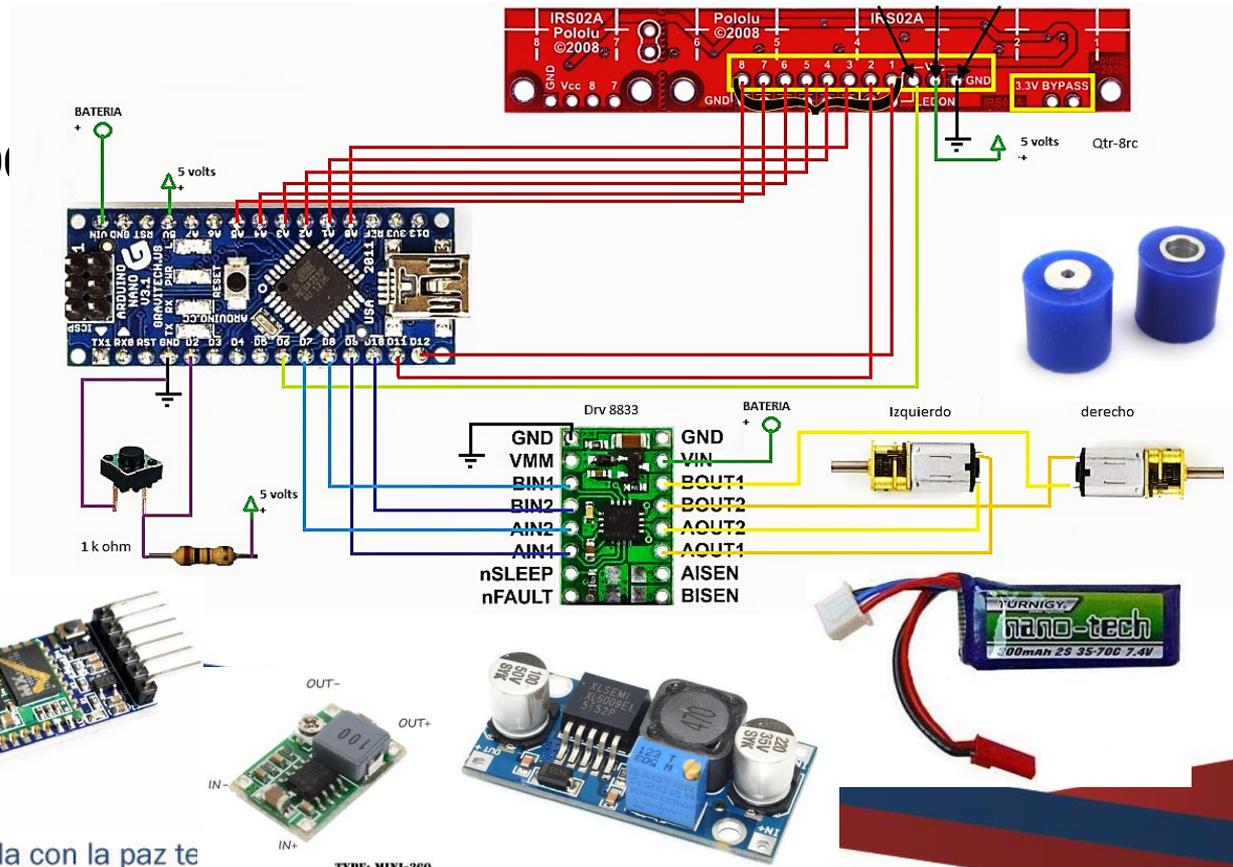
- ✓ Llantas cortas
- ✓ Elevador de voltaje XL6001
- ✓ Regulador de voltaje 5V
- ✓ Módulo bluetooth



DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

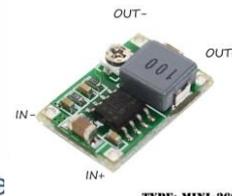
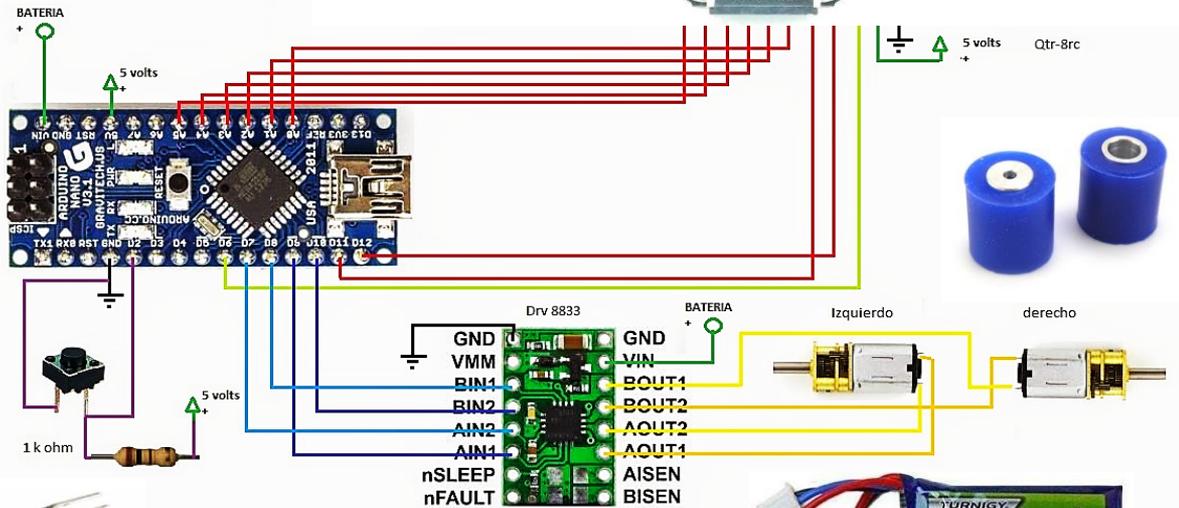
- ✓ Llantas cortas
- ✓ Elevador de voltaje XL6001
- ✓ Regulador de voltaje 5V
- ✓ Módulo bluetooth
- ✓ Turbina EDF27
- ✓ Driver ESC12A



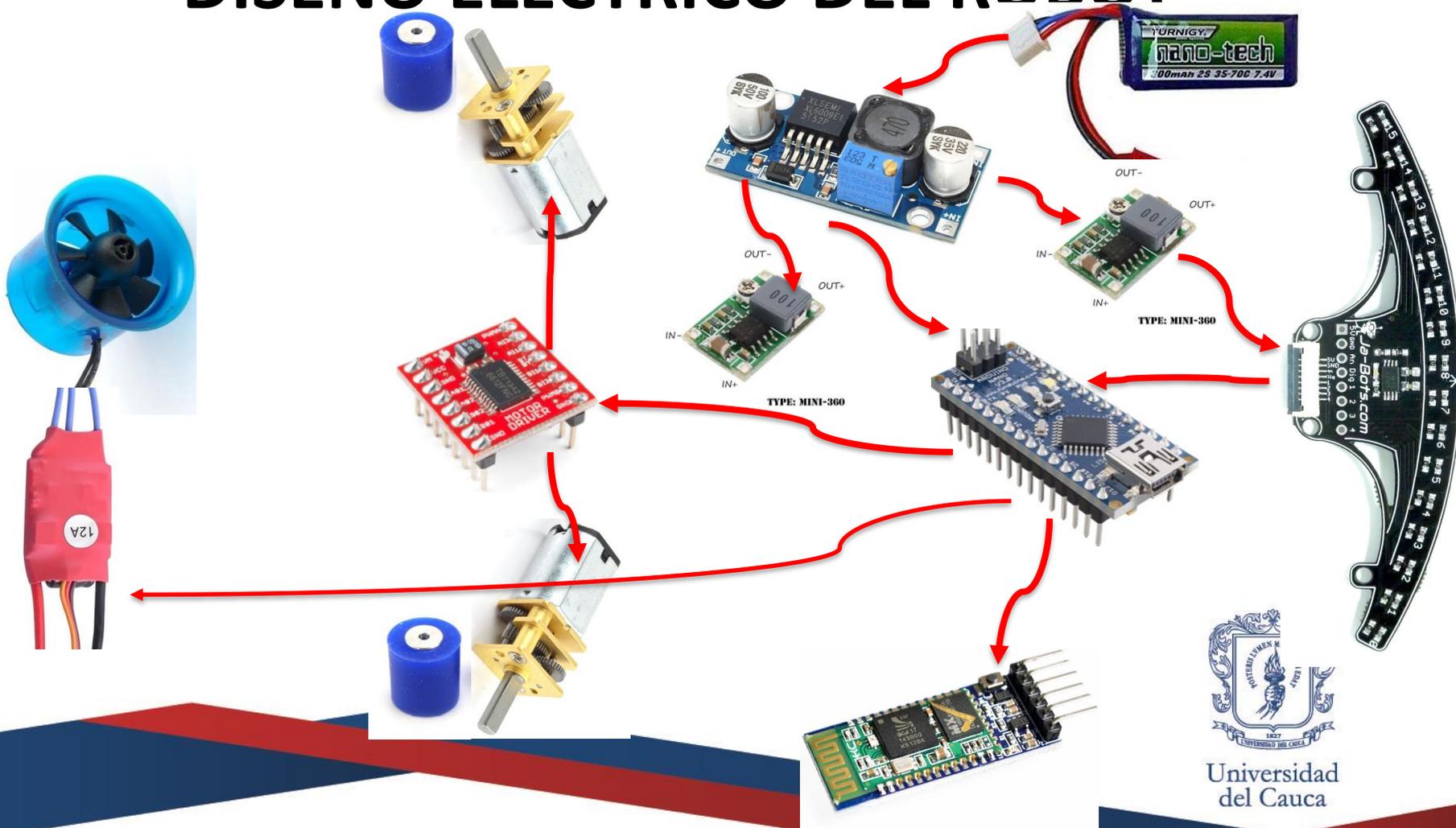
DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

- ✓ Llantas cortas
- ✓ Elevador de voltaje XL6001
- ✓ Regulador de voltaje 5V
- ✓ Módulo bluetooth
- ✓ Turbina EDF27
- ✓ Driver ESC12A
- ✓ Sensor 16 Canales



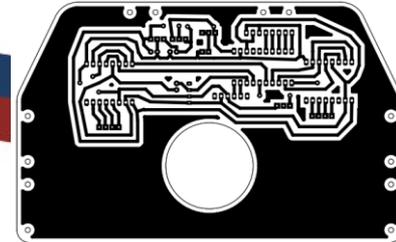
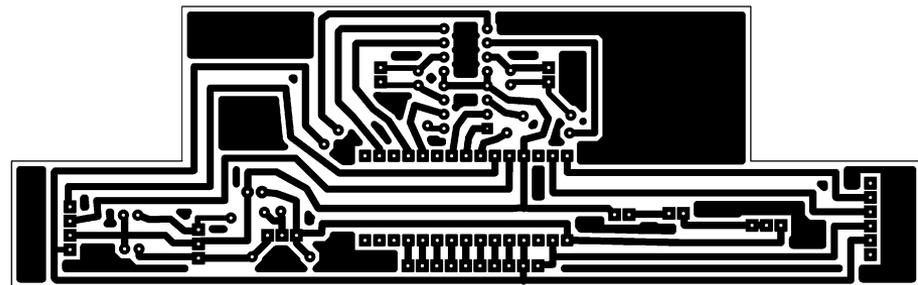
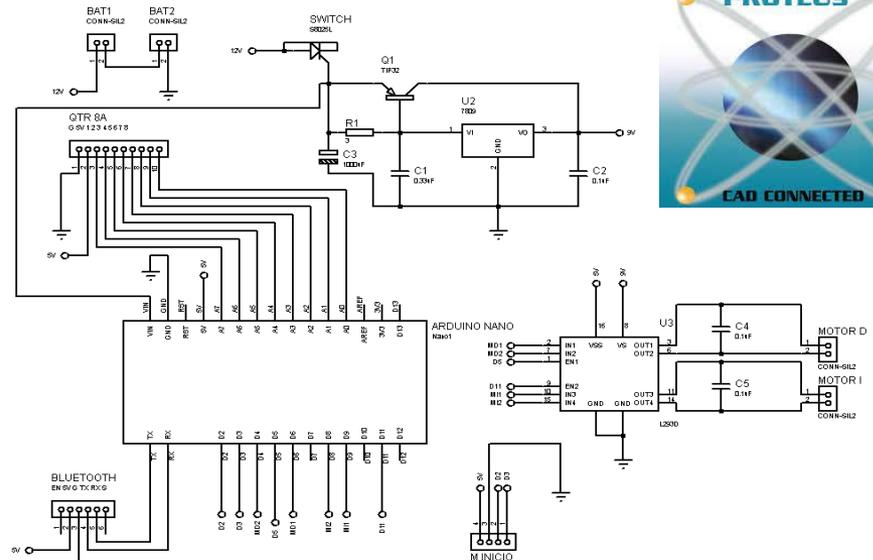
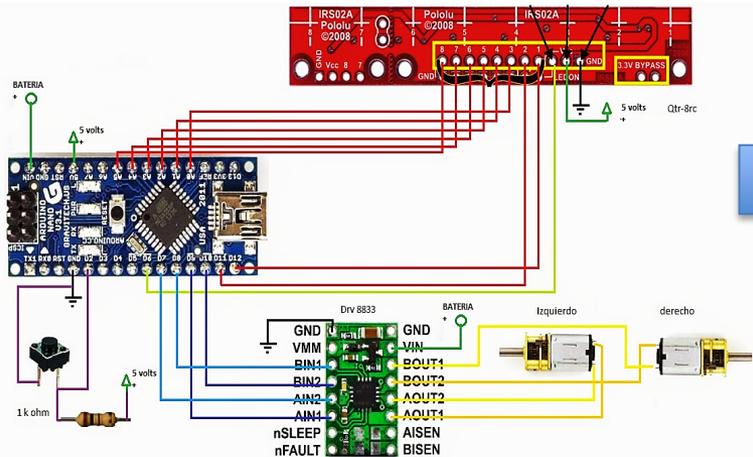
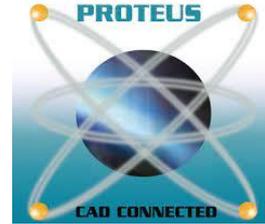
DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT



Universidad
del Cauca

DISEÑO ELÉCTRICO DEL ROBOT

Diseño electrónico básico

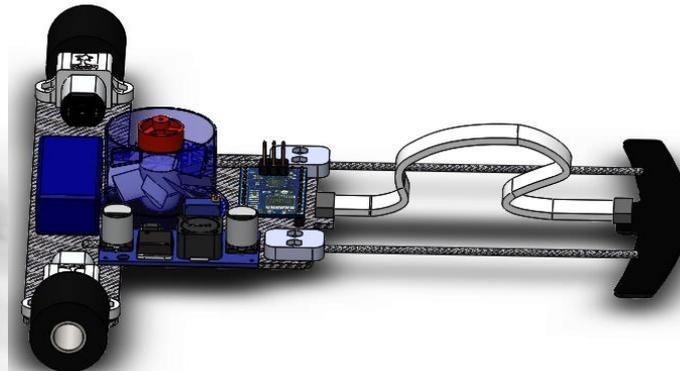
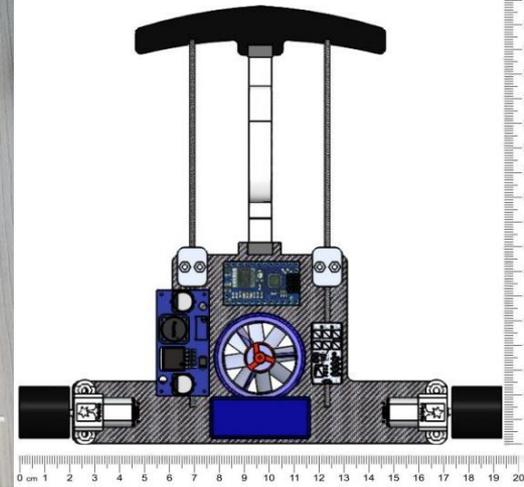
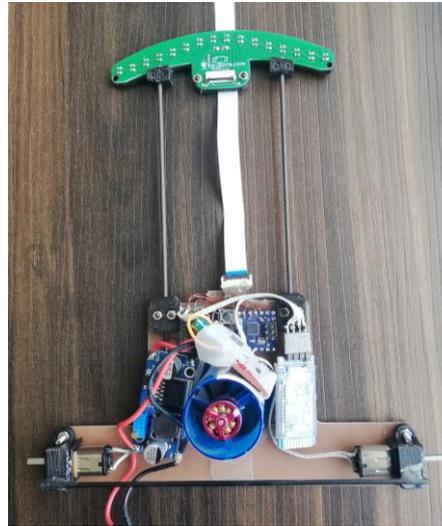


Universidad
del Cauca

MODELADO 3D DEL ROBOT

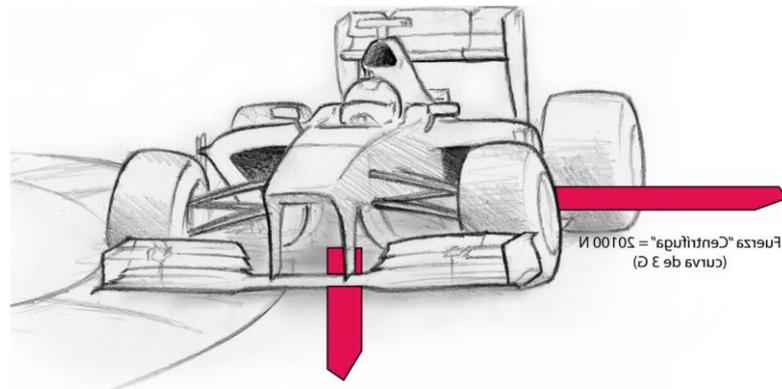
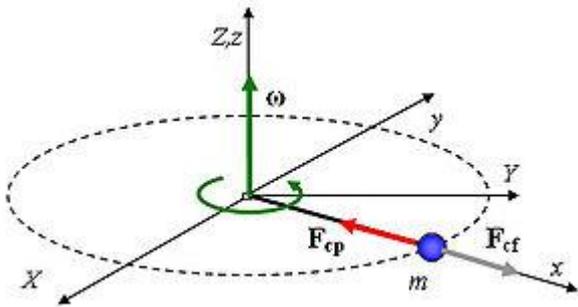
Importancia del diseño 3d

- ✓ Bajar el centro de masa de robot, (evita resbalar).
- ✓ Centrar las masas o componentes sobre el eje de tracción (balancear).
- ✓ Reglamento (dimensiones).
- ✓ Efecto suelo y difusor en F1



MODELADO 3D DEL ROBOT

Fuerza centrífuga (que huye del centro)



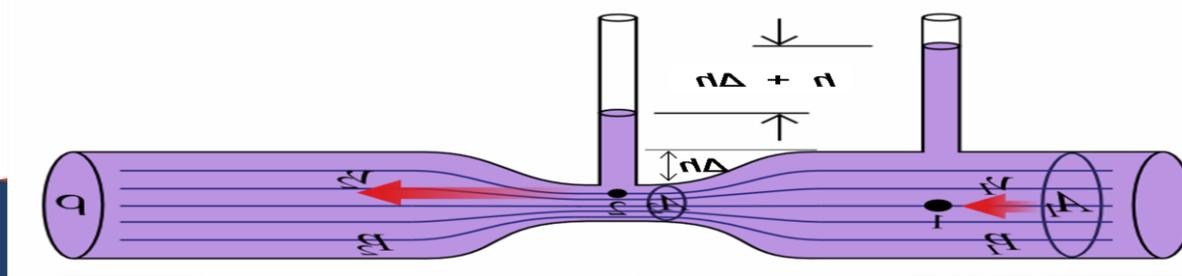
- ✓ Principio de Bernoulli
- ✓ Tubo de Venturi



Universidad
del Cauca

MODELADO 3D DEL ROBOT

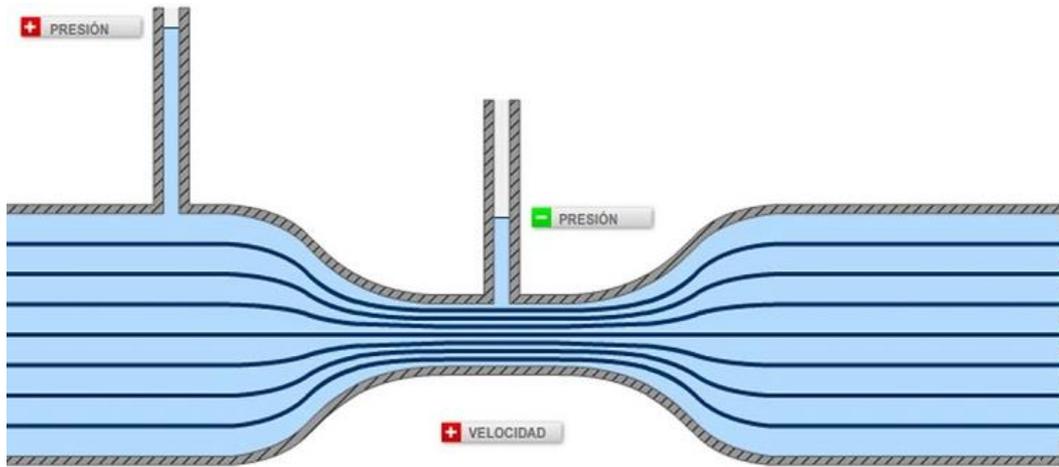
Fuerza centrífuga (que huye del centro)



Universidad
del Cauca

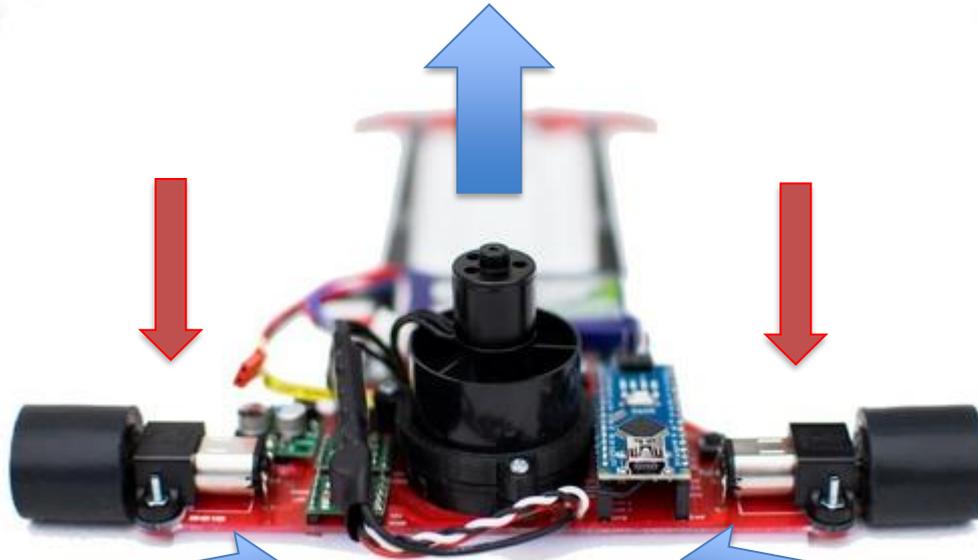
MODELADO 3D DEL ROBOT

Fuerza centrifuga (que huye del centro)



MODELADO 3D DEL ROBOT

¿Como solucionar el derrape que provoca la fuerza centrifuga?

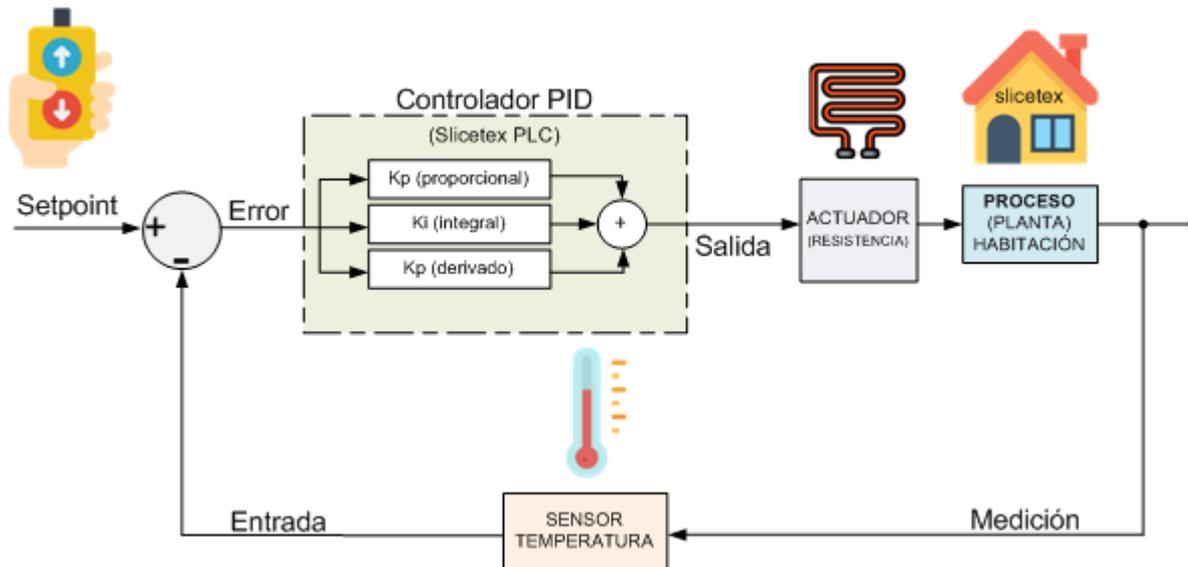


Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

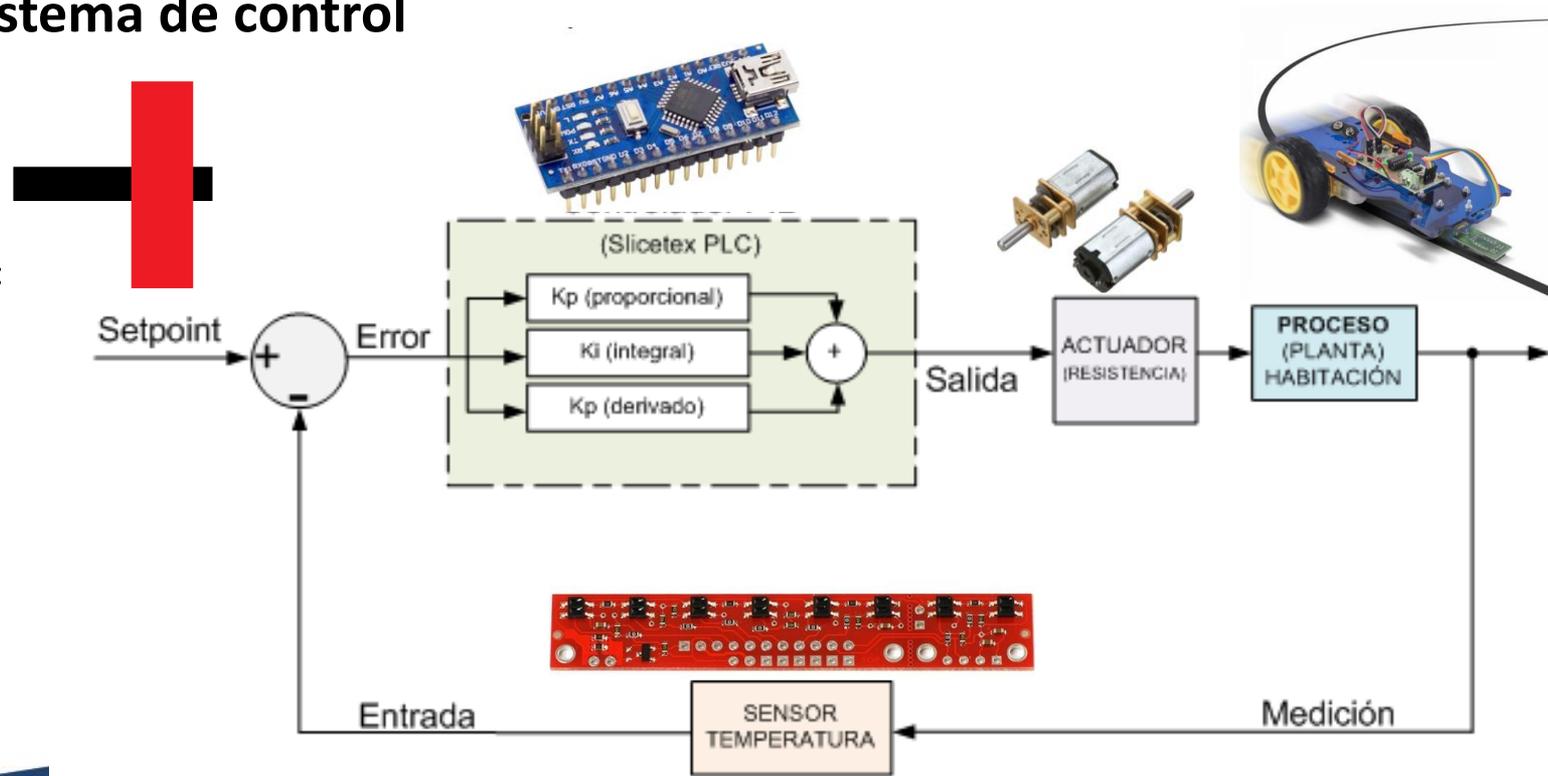
Sistema de control

La finalidad de un sistema de control es conseguir, mediante la manipulación de una variables del sistema, un dominio completo sobre la variables de salida o variable de interés, de modo que esta alcancen un valor deseado de funcionamiento.



CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Sistema de control



CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Controlador PID:

Proporcional:

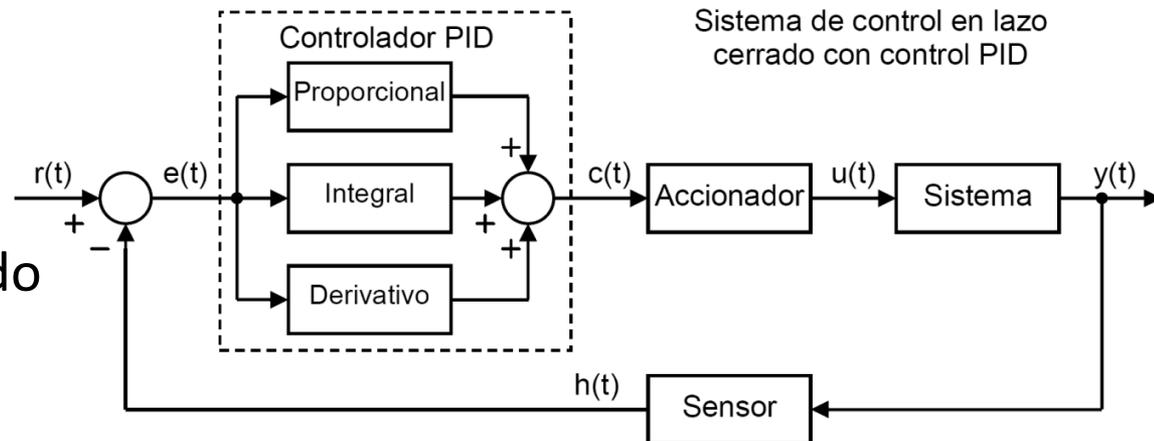
- ✓ Detecta el error
- ✓ Corrige la posición

Integral:

- ✓ Corrige el error acumulado
- ✓ Rechaza perturbaciones

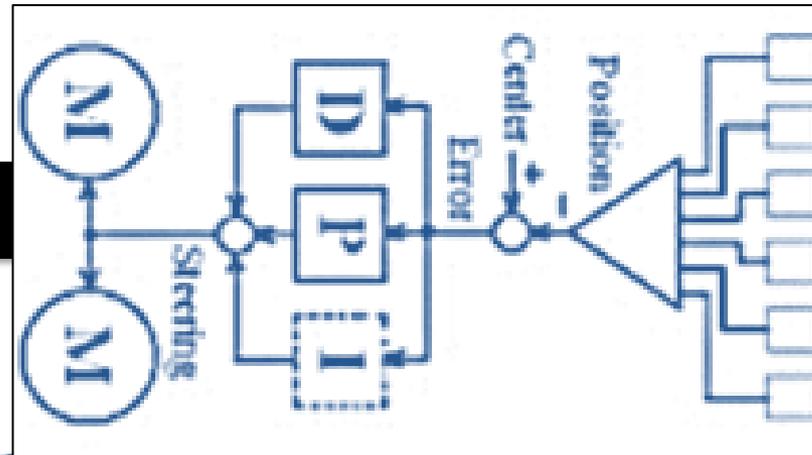
Derivativo:

- ✓ Detecta la variación del error
- ✓ Corrige velocidad



CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

El controlador del robot seguidor de línea es aquel algoritmo embebido en el procesador o tarjeta de control que le permite al robot mantenerse en el centro de la línea durante todo el recorrido de la pista, tanto en rectas como en curvas.



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Versión Académica del PID

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] E(s)$$

Constante de integración $K_i = 1/T_i$

T_i = tiempo de integración

En esta estructura no es deseable un derivador puro, debido a que amplificaría señales de alta frecuencia. No rechaza ruido.



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Versión PID con acción derivativa limitada

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right] E(s)$$

$$N \in (3, 20)$$

Comúnmente $N = 10$

Rechaza ruido de alta frecuencia y amplifica señales propias del sistema.

Pero no es deseable derivar la señal de referencia.



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Versión PID con derivada de la salida

$$\frac{d}{dt} e(t) = \frac{d}{dt} r(t) - \frac{d}{dt} y(t)$$

No es conveniente derivar la
señal de referencia!

$$U(s) = K_p \left[E(s) + \frac{1}{T_i s} E(s) - \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} Y(s) \right]$$



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Control PID

```
Error_ant      = Error;  
Error          = Referencia - Salida;  
E_integral     = E_integral + ((Error*(Tm/1000.0)) + ((Tm/1000.0)*(Error - Error_ant))/2.0);  
if(E_integral > 100.0){ E_integral= 100.0;}  
if(E_integral < -100.0){ E_integral= -100.0;}  
E_derivativo  = (Error - Error_ant)/(Tm/1000.0);  
Control       = Kp*( Error + Ti*E_integral + Td*E_derivativo );
```

```
s1 = (offset - Control);
```

```
s2 = (offset + Control);
```



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Métodos de Sintonización de Controladores PID

Normalmente usados cuando no se conoce con exactitud el modelo matemático que describe el sistema. (aprenderemos los resaltados en negrita)

Método de Ziegler y Nichols

Método de Cohen y Coon

Método de López, Miller, Smith y Murril

Método de Kaya y Sheib

Método de Sung, O, Lee, Lee y Yi

Método Manual o Heurístico.



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Efectos de Sintonización de Controladores PID

Permite observar el efecto que tiene el establecimiento de diferentes valores de las constantes del controlador PID sobre el robot.

- ✓ Sintonización del PID
- ✓ PID sobre amortiguado
- ✓ PID sub amortiguado
- ✓ PID críticamente amortiguado



Universidad
del Cauca

CONTROL DEL ROBOT SEGUIDOR DE LINEA

Efectos de Sintonización de Controladores PID

Permite observar el efecto que tiene el establecimiento de diferentes valores de las constantes del controlador PID sobre el robot.

- ✓ [Sintonización del PID](#)
- ✓ [PID sobre amortiguado](#)
- ✓ [PID sub amortiguado](#)
- ✓ [PID críticamente amortiguado](#)
- ✓ [PID sintonizado correctamente permite ganar!](#)



Universidad
del Cauca

